

Pritchard, T., McCollum, S., Sundal, J., & Colquit, G. (2014). Effect of the sport education tactical model on coeducational and single gender game performance. *Physical Educator*, 71(1), 132-154.

Rovegno, I., Nevett, M., & Babiarz, M. (2001). Learning and teaching invasion-game tactics in 4th grade: Introduction and theoretical perspective. *Journal of Teaching in Physical Education*, 20(4), 341-351. <https://doi.org/10.1123/jtpe.20.4.370>

Siedentop, D. (1987). The theory and practice of sport education. In G. Barrette, R. Feingold, C. Rees, & M. Piéron (Eds.), *Myths, models and methods in sport pedagogy* (pp. 79-86). JOPERD

Silverman, S. (2005). Low skilled children in physical education: A model of the factors that impact their experiences and learning. In F. Carreiro da Costa, M. Cloes, & M. González Valeiro (Eds.), *The art and science of teaching in physical education and sport: A homage to Maurice Piéron* (pp. 211-226). Faculdade de Motricidade Humana, Universidade Técnica de Lisboa.

Van der Mars, H. (1989). Observer reliability: Issues and procedures. In P. W. Darst, D. B. Zakrajsek, & V. H. Mancini, *Analyzing physical education and sport instruction* (2nd ed., pp. 53-80). Human Kinetics.

#### AUTORES:

Bruno Mezêncio<sup>1</sup>

Alberto Carlos Amadio<sup>1</sup>

Joao Paulo Vilas-Boas<sup>2</sup>

Rudolf Huebner<sup>3</sup>

Júlio Cerca Serrão<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratory of Biomechanics, University of São Paulo, Brazil.

<sup>2</sup> Centre of Research, Education, Innovation and Intervention in Sport, University of Porto, Portugal.

<sup>3</sup> Laboratory of Bioengineering, University Federal of Minas Gerais, Brazil.

<https://doi.org/10.5628/rpcd.22.01.53>

## Utilização de análise dimensional na natação: Uma revisão narrativa.

#### PALAVRAS-CHAVE:

Mecânica dos fluidos.

Número de Reynolds.

Número de Froude.

Número de Strouhal.

SUBMISSÃO: 22 de Novembro de 2021

ACEITAÇÃO: 25 de Fevereiro de 2022

#### RESUMO

A análise dimensional é um método utilizado na mecânica dos fluidos para reduzir as complexidades inerentes à caracterização do escoamento e permitir uma maior generalização dos resultados. Estas análises se baseiam na seleção de variáveis de interesse para o fenômeno a ser analisado e na organização destas variáveis em um único grupamento, de forma que as unidades básicas de cada uma das variáveis se anulem produzindo um número adimensional. Nesta revisão narrativa são apresentados os fundamentos dos números de Reynolds, Froude e Strouhal e resultados experimentais em natação utilizando estes grupamentos. O número de Reynolds foi usado no contexto da natação principalmente para avaliar as condições do escoamento em condições passiva (onde a posição e o formato do corpo são analisados), o número de Froude foi utilizado principalmente para avaliação da contribuição do arrasto de onda e dos efeitos da profundidade no arrasto, enquanto o número de Strouhal foi utilizado para avaliar a técnica de nado submerso. Os resultados obtidos por análise dimensional são dependentes do formato dos corpos analisados, pelo que para natação as variações técnicas e antropométricas afetam estes resultados, sendo necessários mais estudos experimentais e de simulação para e ampliar a compreensão das condições do escoamento durante o nado.

CORRESPONDÊNCIA: Bruno Mezêncio. Laboratório de Biomecânica, Universidade de São Paulo, Brazil.

Avenida Professor Mello Moraes, 65, Cidade Universitária, São Paulo, SP, Brasil.

telefone: +55 11 3091-3184 email: mezencio@usp.br

## Usefulness of dimensional analysis in swimming: A narrative revision.

### ABSTRACT

Dimensional analysis is a method used in fluid mechanics to reduce the complexities inherent to the flow characterization and to allow a better generalization of the results. These analyses are based on the selection of variables of interest for the phenomenon to be analysed and its organization in a single group so that the basic units of each variable cancel each other producing a dimensionless number. This review presents the fundamentals of the Reynolds, Froude and Strouhal numbers, and swimming experimental results using these groups. The main use of Reynolds number in swimming analysis has been to assess the flow conditions in passive conditions (where the position and body shape were analysed), the Froude number was mainly used to evaluate the relative contribution of the wave drag and how the depth of displacement affect the drag, while the Strouhal number was used to evaluate the underwater swimming technique. A prerequisite for generalizing the results obtained by dimensional analysis is the geometric similarity between conditions (i.e. the shape of the analysed bodies must be similar). However, in swimming, technical and anthropometric variations compromise this similarity, implying that more experimental and simulation studies are necessary to expand the understanding of the swimming flow conditions.

### KEYWORDS:

Fluid mechanics.  
Reynolds number.  
Froude number.  
Strouhal number.

### INTRODUÇÃO

A “biomecânica é uma disciplina entre as ciências derivadas das ciências naturais que se ocupa de análises físicas de sistemas biológicos” (Amadio & Serrão, 2007, p. 61). Logo, quando a interação do objeto de estudo com um fluido é relevante (como é o caso da natação), a mecânica dos fluidos é o ramo da física utilizado para estas análises. Um fluido é uma substância que se deforma continuamente quando submetido a uma tensão de cisalhamento de qualquer magnitude e a razão dos fluidos serem facilmente deformáveis está relacionada à sua estrutura molecular. Embora a alta coesão das moléculas em um sólido faça com que o seu comportamento possa ser normalmente descrito em função de seu centro de massa, um fluido pode apresentar características diferentes em cada molécula. Como a caracterização individual de cada molécula é impossível, uma quantidade de interesse do fluido é determinada, com dimensões adequadas em relação ao sistema analisado e contendo uma grande quantidade de moléculas do fluido, o que permite caracterizá-las por seu comportamento médio (Munson et al., 2004). Esta é a primeira diferenciação necessária para o estudo de fenômenos que envolvem fluidos.

Além disso, é necessário conhecer uma série de características ou propriedades de um escoamento para descrever o estado e/ou comportamento de um fluido, nomeadamente sua massa específica, seu coeficiente de viscosidade dinâmico, a pressão e a velocidade. Referindo-se a pressão e a velocidade às mesmas propriedades utilizadas na mecânica clássica (a força aplicada por unidade de área e a taxa de variação do deslocamento por unidade de tempo), estas são condições que variam ao longo do escoamento e necessitam ser avaliadas e descritas ponto a ponto. A massa específica e o coeficiente de viscosidade dinâmico são características inerentes ao fluido. A primeira é a quantidade de massa por unidade de volume do fluido (descrevendo as características inerciais deste) e o segundo avalia a viscosidade do fluido, que é o atrito interno entre as moléculas do fluido (avaliando a deformação do fluido em função de uma tensão de cisalhamento).

Por ser um esporte praticado em ambiente aquático, o desempenho na natação é influenciado pelas propriedades atrás mencionadas. A propulsão do nadador é o resultado da interação entre os seus segmentos corporais e a água (Vorontsov & Rummyantsev, 2000a), embora a eficiência da conversão da energia do nadador em deslocamento seja reduzida (devido à baixa coesão entre as moléculas da água). Quando o corpo do nadador se move através da água, uma força conhecida como arrasto hidrodinâmico atua sobre ele em direção contrária a do movimento, reduzindo a velocidade de deslocamento (Vorontsov & Rummyantsev, 2000b). A resistência ao deslocamento é superior na água, quando comparada ao ar, devido às diferenças em duas das propriedades que caracterizam os fluidos: a massa específica (998.0 e 1.3 Kg/m<sup>3</sup> para água e ar, respetivamente) e o coeficiente de viscosidade dinâmica (1.002 x 10<sup>-3</sup> e 1.790 x 10<sup>-5</sup> Ns/m<sup>2</sup> para água e ar, respetivamente) (Munson et al., 2004). Isto faz com que na natação a melhora da técnica e conseqüente melhora da eficiência de propulsão sejam tão ou mais importantes do que o aprimoramento das capacidades físicas do nadador (Colwin, 2000).

A necessidade de se avaliar as características do escoamento que influenciam a técnica de nado evidencia a necessidade da análise biomecânica aplicada à natação, embora também se tornem evidentes as dificuldades associadas a esta avaliação. Avaliar todas as variáveis necessárias ao longo do escoamento em condições reais de nado é uma tarefa complexa e, de facto, as mesmas dificuldades são enfrentadas em problemas de mecânica dos fluidos não relacionados à natação. Isolar os efeitos individuais das diferentes características relevantes do escoamento é praticamente impossível e mesmo o controle experimental destas variáveis é muito difícil (para minimizar esta dificuldade é empregue uma técnica denominada de análise dimensional). O objetivo do presente trabalho é apresentar a análise dimensional e os principais grupamentos adimensionais relacionados à natação, bem como apresentar uma revisão da aplicação destes grupamentos na análise de nado.

#### DESENVOLVIMENTO DO PROBLEMA

Em muitos problemas envolvendo fluidos existem várias variáveis que devem ser avaliadas para caracterizar o escoamento, não existindo muitas vezes um modelo teórico capaz de modular todas estas variáveis. Nestes casos é necessária uma abordagem experimental, embora o grande número de variáveis envolvidas ainda seja um problema pois manipular individualmente as variáveis necessitaria de um grande número de medições, com alto custo de tempo e recursos. Além disto, estas soluções não poderiam ser generalizadas para outros escoamentos (Munson et al., 2004; Rayleigh, 1915a), pelo que para resolver esta questão é utilizada a análise dimensional do fenômeno. Para verificar a atual aplicação dos principais parâmetros adimensionais na natação foram utilizados os termos Reynolds, Froude, Strouhal e *swimming* nas bases de dados Scopus e Pubmed, sendo selecionados os artigos que aplicaram ou avaliaram estas variáveis adimensionais na natação.

#### ANÁLISE DIMENSIONAL

A análise dimensional consiste em identificar grupamentos adimensionais entre as variáveis de interesse de forma a reduzir o número de variáveis a serem testadas e possibilitar uma maior generalização dos resultados encontrados (Munson et al., 2004; Rayleigh, 1915a). Para tal são determinadas quais as características principais do escoamento relacionadas à situação a ser analisada e organizadas dentro de um único grupamento, de forma que as dimensões básicas das variáveis selecionadas se anulem gerando um grupamento adimensional. O teorema Buckingham pi afirma que uma equação com  $k$  variáveis pode ser reduzida a uma relação entre  $k-r$  produtos adimensionais, onde  $r$  é o número de dimensões básicas necessárias para descrever as variáveis (Buckingham, 1914). Desta forma, análises experimentais podem ser realizadas variando-se apenas o grupamento adimensional de interesse, sendo estes resultados transferíveis a outras condições desde que os princípios de similitude sejam respeitados. Embora os grupamentos adimensionais possam ser gerados especificamente

para cada problema, alguns grupamentos se repetem regularmente em diferentes situações para avaliar determinadas características dos escoamentos. Entre os principais grupamentos adimensionais relevantes para a natação podemos citar o número de Reynolds, o número de Froude e o número de Strouhal.

#### NÚMERO DE REYNOLDS

O número de Reynolds é provavelmente a grandeza adimensional mais conhecida da mecânica dos fluidos, tendo sido proposto por Osborne Reynolds em 1883 para servir de critério para diferenciação entre um escoamento laminar e um escoamento turbulento (Reynolds, 1883). O primeiro escoamento é aquele onde as camadas do fluido são paralelas e não se misturam, enquanto o segundo apresenta características caóticas (Munson et al., 2004; Reynolds, 1883). Posteriormente, Reynolds atribuiu um valor crítico entre 1900 e 2000 para esta transição em um escoamento de água dentro de um tubo, causado pela pressão (Reynolds, 1895). O número de Reynolds é influenciado pela massa específica ( $\rho$ ) e pela viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) do fluido, e pelo comprimento ( $l$ ) e velocidade ( $v$ ) característicos do escoamento conforme a seguinte equação:

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu}$$

O numerador do número de Reynolds representa as forças inerciais atuantes no escoamento, enquanto o denominador representa as forças viscosas. Assim, um escoamento com valores muito baixos de número de Reynolds ( $< 1$ ) são governados fundamentalmente pelos efeitos viscosos, enquanto aqueles com valores muito altos os efeitos viscosos são negligenciáveis e as forças inerciais governam o escoamento. Quando os efeitos inerciais são predominantes em um escoamento, existe um ponto onde a energia cinética acumulada pelo fluido é suficiente para vencer as forças coercitivas, passando de laminar para turbulento. Este fenômeno depende não só do número de Reynolds, mas também da geometria do escoamento. No caso de um escoamento viscoso incompressível dentro de um tubo, este valor crítico é de  $\sim 1950$  (Reynolds, 1895), o mesmo escoamento ao redor de uma placa plana com ângulo de ataque zero apresenta um valor crítico de  $\sim 10^7$ , enquanto para um objeto rombudo como um cilindro este valor é de  $\sim 10^5$  (Munson et al., 2004).

Considerando o caso de um nadador em uma piscina, a razão  $\rho/\mu$  específica da água apresenta ordem de grandeza de  $10^6$  ( $996.5 \text{ Kg/m}^3 / 8.5 \times 10^{-4} \text{ Ns/m}^2$  a  $27^\circ \text{ C}$ ), a velocidade de deslocamento varia entre 1 e 3 m/s e o comprimento característico entre 1.5 e 3 m (considerando um nadador em posição hidrodinâmica). Desta forma, o número de Reynolds esperado para esta situação estaria entre  $1.75 \times 10^6$  e  $1.05 \times 10^7$ . Fica claro que os efeitos inerciais, mais especificamente os relacionados à velocidade e a pressão, são predominantes na interação en-

tre o nadador e a água, pelo que o arrasto de fricção deve ser muito pequeno para nadadores, assim como para a maioria dos escoamentos na água ou no ar, devido aos grandes valores de número de Reynolds esperados para estes fluidos (Vilas-Boas, 2001).

O número de Reynolds na natação é influenciado pelo tamanho e desempenho do nadador, tendo-se verificado o seu aumento ao longo de nove meses em jovens nadadores, embora sem diferença entre os sexos (Barbosa et al., 2014). Este resultado ao longo do tempo é esperado devido ao crescimento dos nadadores pois ocorreu em paralelo com o aumento significativo da altura e uma possível melhora do desempenho indicada pela melhoria do índice de braçada. Complementarmente, foi verificado que o valor do número de Reynolds de adultos é superior ao das crianças (tanto em velocidade máxima quanto em uma velocidade fixa pré-determinada), o que mostra o efeito quer do tamanho corporal quer da velocidade de nado (Kjendlie & Stallman, 2008). No entanto, os valores de Reynolds avaliados variaram entre  $2 \times 10^6$  e  $4 \times 10^6$ , o que provavelmente não alteraria as condições do escoamento (os valores esperados para natação sempre se apresentam na faixa relacionada a escoamentos de transição ou turbulento). No entanto, a forma do corpo interagindo com o escoamento também influencia as características do escoamento, pelo que ao adotar uma posição mais hidrodinâmica um nadador poderia teoricamente alterar em que região do corpo ocorreria a transição do regime de escoamento.

O número de Reynolds foi estimado para nadadores considerando sua altura e modelando seus corpos em posição hidrodinâmica como uma placa plana, considerando as faixas de velocidade onde ocorreria escoamento do tipo laminar e turbulento e uma zona de transição entre ambos em função da distância a partir da cabeça (Mollendorf et al., 2004). Para estas condições, o escoamento laminar estaria presente apenas nos primeiros centímetros a partir do topo da cabeça ( $\sim 25$  cm a  $2.2$  m/s) e o possível escoamento turbulento seria instaurado fora da região ocupada pelo corpo do nadador. Utilizando estes dados foi avaliado o efeito dos trajes de natação na redução do arrasto de fricção, de pressão e de onda (Mollendorf et al., 2004), apresentando uma redução significativa do arrasto para velocidades acima de  $1.5$  m/s. O ponto de separação da camada limite no modelo acontecia nos primeiros centímetros da interação do escoamento com corpo submerso, indicando que possivelmente a cabeça seria o ponto de separação da camada limite. De acordo com o modelo, os valores de arrasto de fricção aumentavam com a utilização dos trajes, pelo que a redução do arrasto total foi resultado da redução dos arrastos de pressão e de onda (Mollendorf et al., 2004).

A mecânica dos fluidos computacional foi utilizada para analisar a influência da posição da cabeça na performance para um número de Reynolds  $\sim 10^6$ , tendo-se observado que o ponto de separação também aconteceu próximo a cabeça do nadador para todas as posições analisadas (Zaïdi et al., 2008). Porém, este ponto de separação e sua influência no arrasto total parece estar mais relacionado com a geometria do corpo do que com o espaço de interação com a camada limite. No entanto, a magnitude da influência da posição da cabeça no arrasto total foi dependente da velocidade: a baixas velocidades o efeito da posição no arrasto total foi

baixo, mas em maiores velocidades (com o aumento da relevância dos efeitos cinéticos em relação aos viscosos) a alteração do arrasto total chegou a 20%. Quando diferentes formatos do corpo (embora na mesma posição) foram aplicados em um modelo para simulação (número de Reynolds  $\sim 2-4 \times 10^6$ ) foram encontrados resultados semelhantes para o ponto de separação da camada limite, corroborando que neste regime de escoamento as mudanças bruscas no contorno do corpo definem a posição dos pontos de separação (Li & Zhan, 2015). A partir do ponto de separação da camada limite, a influência que o objeto exerce sobre o escoamento é reduzida e, dependendo da magnitude do número de Reynolds, o escoamento pode produzir vórtices para ocupar o espaço a jusante do corpo e/ou produzir um escoamento turbulento a jusante do corpo designado de "esteira".

O escoamento na esteira é diferente do que em outras regiões e a menor pressão nesta região faz com que a resistência ao deslocamento seja menor quando comparada ao escoamento laminar a montante do corpo. Em um experimento onde dois nadadores eram rebocados, estando um a frente do outro a uma distância fixa, o arrasto do segundo nadador era reduzido quando comparado com os valores para este mesmo nadador quando rebocado sozinho (Klauck, 1979). O mesmo princípio também foi testado simulando o deslocamento de dois nadadores em um software de mecânica dos fluidos computacional, observando-se uma redução de até 56% do coeficiente de arrasto do nadador na esteira devido à redução da pressão e apenas quando o nadador na esteira estava a mais de  $6.5$  m de distância do primeiro os efeitos cessaram (Silva et al., 2008). Os diferentes segmentos corporais também se deslocam a diferentes velocidades relativas durante o nado, pelo que o número de Reynolds para estes segmentos também é diferente. Embora não tenha sido encontrada nenhuma aplicação direta de análise dimensional para avaliação das condições de escoamento em torno dos segmentos do corpo, foram já avaliados os coeficientes de arrasto e sustentação de mãos e antebraço em diferentes ângulos de ataque e velocidade de escoamento e, conseqüentemente, em diferentes valores de Reynolds (Marinho et al., 2011). Estes autores não observaram algum efeito da velocidade dos coeficientes estimados, indicando que provavelmente o escoamento já era turbulento para toda a faixa de valores de velocidade avaliados.

#### NÚMERO DE FROUDE

O número de Froude é uma grandeza adimensional que avalia a relação entre as forças inerciais e a força peso do escoamento, recebendo o nome de William Froude que propôs em 1868 a relação entre comprimento e velocidade para escoamentos em superfície livre (como a interface entre água e ar). Froude foi pioneiro na utilização de tanques de provas para projetar navios, tendo observado que se a velocidade de dois navios é proporcional a raiz quadrada de seus comprimentos, a sua resistência é proporcional ao cubo do comprimento. Esta relação era expressa de modo dimensional e, posteriormente, foi elaborada a

forma adimensional apresentada na seguinte equação onde  $g$  é a aceleração da gravidade (Vaughan & O'Malley, 2005):

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gl}}$$

Quando um corpo se desloca na interface água/ar, parte da energia cinética do movimento é transmitida para água na forma de energia potencial, vencendo a resistência gravitacional e produzindo ondas, alterando a resistência ao deslocamento. A parte do arrasto total devida a este fenômeno é chamada de arrasto de onda e, mesmo em deslocamento que não em superfície livre, se a quantidade de energia cinética transmitida for suficiente para vencer o peso da coluna de água, o arrasto de onda será relevante. O número de Froude permite avaliar a influência do arrasto de onda no escoamento (Webb, 1975).

Com o aumento da profundidade, a pressão hidrostática do fluido aumenta (devido ao peso da coluna de água) se opondo à formação de ondas, pelo que a relação entre o número de Froude e o arrasto é dependente da profundidade do escoamento. A influência do número de Froude e da profundidade do escoamento foi demonstrada medindo o arrasto passivo de um manequim em diferentes profundidades e velocidades de escoamento (Vennell et al., 2006), tendo sido evidenciada uma redução de ~40% do arrasto passivo para um número de Froude de 0.5 quando comparadas as profundidades de 0 e 1 m. A contribuição relativa do arrasto de onda para o arrasto total também foi avaliada, sendo de até 60% para um número Froude de 0.35 na superfície livre e contribuição praticamente nula para profundidades > 0.6 m e um número Froude < 0.4. Também foi possível identificar que a resistência não se alterou linearmente com o aumento do número de Froude, evidenciando o efeito do formato do corpo nas relações com o escoamento, mostrando a necessidade da determinação experimental de características do escoamento em diferentes condições e nado (Vennell et al., 2006).

Outro conceito que advém da formação de ondas na superfície livre é a velocidade de casco que é uma velocidade crítica onde o comprimento de onda se torna igual ao comprimento do corpo exposto ao escoamento (acima desta velocidade teórica o corpo produziria aquaplanagem para aumentar sua velocidade). Por relacionar o comprimento característico e a velocidade de escoamento em uma superfície livre, a velocidade de casco ocorre em um valor crítico de número de Froude, tendo valores de Número de Froude de 0.40 (Seifert et al., 2015; Toussaint, 2002), 0.42 (Barbosa et al., 2014; Kjendlie & Stallman, 2008; Vennell et al., 2006) e 0.45 (Naemi et al., 2010) já sido utilizados para indicar a velocidade de casco. O valor de Froude para a velocidade de casco pode ser determinado relacionando o comprimento e a frequência de onda de acordo com sua própria definição, conforme a seguinte equação (onde  $v_c$  é a velocidade de casco e o comprimento característico " $l$ " adotado é a altura do nadador):

$$v_c = \sqrt{\frac{gl}{2\pi}}$$

Como esta relação estabelece a velocidade em função da altura na mesma proporção que o número de Froude ( $[gl]^{0.5}$ ), este seria constante na velocidade de casco e ~0.40 ( $[2\pi]^{-0.5}$ ), valor que representaria uma constante de proporcionalidade de ~1.25 na relação entre velocidade e a raiz quadrada do comprimento. Esta proposição da velocidade de casco foi utilizada primeiramente para avaliação do gasto energético do nado de patos (Prange & Schmidt-Nielsen, 1970), enquanto que o número de Froude de 0.42 para a velocidade de casco em nadadores foi proposto inicialmente por Vogel (1994), sendo indicado como o máximo atingível (Kjendlie & Stallman, 2008). Nadadores habilidosos podem produzir valores de número de Froude > 0.42, sendo um bom exemplo Alexander Popov com 0.49 (Kjendlie & Stallman, 2008), o que parece desafiar o máximo teórico proposto pela velocidade de casco. Porém, tanto o número de Froude de nadadores quanto à velocidade de casco são calculadas a partir de simplificações da realidade (apresentando erros), pelo que, por exemplo, a alteração do comprimento característico do nadador afeta o resultado e as alterações da posição do corpo alteram a relação do número de Froude com o coeficiente de arrasto. Para a velocidade de casco, o arrasto frontal não é a única fonte de transferência de energia cinética do corpo para água, pelo que a formação de ondas não depende apenas da velocidade para frente do nadador, podendo os gestos técnicos gerar outras ondas no escoamento por além da principal a montante.

Através da avaliação do efeito do crescimento em nadadores jovens ao longo de nove meses no número de Froude e na velocidade de casco foram observados resultados semelhantes ao do número de Reynolds, aumentando o número de Froude e a velocidade de casco predita (Barbosa et al., 2014). Como a velocidade de casco (na formulação utilizada) é uma função exclusivamente da altura, estes resultados eram esperados, enquanto um aumento do número de Froude só ocorreria caso a velocidade máxima de nado aumentasse proporcionalmente mais que a altura do nadador (o que ocorreu nos primeiros cinco meses e depois se manteve constante, altura em que essas variáveis aumentaram na mesma proporção). Provavelmente isto ocorreu devido aos efeitos do treinamento durante os nove meses, alterando variáveis hidrodinâmicas dos nadadores (Barbosa et al., 2014). O número de Froude também se apresenta maior em adultos do que em crianças, significando que indivíduos adultos têm velocidades proporcionalmente maiores que sua diferença de altura para as crianças, justificando-se, eventualmente, pela sua maior capacidade de desenvolver potência (Kjendlie & Stallman, 2008).



## NÚMERO DE STROUHAL

O número de Strouhal é uma grandeza adimensional proposta por Lord Rayleigh baseado nas observações de Vincenc Strouhal (Strouhal, 1878), que relacionava o número de vórtices produzidos por um movimento de oscilação e a distância entre eles. Em seus experimentos, Rayleigh replicou o experimento de Strouhal na água e conseguiu garantir a similaridade utilizando um valor de número de Strouhal de 6.1. Este valor é equivalente a 0.164 na formulação atual (Rayleigh, 1915b), já que o adimensional proposto por Rayleigh era o inverso do utilizado atualmente como se pode observar na seguinte equação (onde  $f$  é a frequência de desprendimento de vórtices,  $L$  um comprimento característico, e  $v$  a velocidade do escoamento):

$$St = \frac{fL}{v}$$

Posteriormente, Bérnard Von Kármán estimou que um padrão estável de vórtices ocorreria em valores específicos de número de Strouhal e número de Reynolds (Von Kármán, 1911), sendo conhecido como estradas de Von Kármán (Eloy, 2012). Rosen parece ter sido o primeiro a visualizar um sistema de vórtices em animais aquáticos, tendo colocado a hipótese de que eles sincronizavam o movimento ondulatório de seus corpos com o escoamento dos vórtices de modo a recuperar a energia destes e gerar propulsão (Rosen, 1959, 1963). Ele propôs a existência de uma constante dos peixes que governa a relação entre a amplitude e a frequência do movimento de suas caudas para obter a sincronização necessária para recapturar a energia dos vórtices, a qual é designada de *Pisces* e formulada como sendo o inverso do número de Strouhal (Rohr & Fish, 2004; Rosen, 1959). Também foi analisado o efeito de diferentes regimes de número de Strouhal na propulsão gerada por um fólio e verificado os valores utilizados por peixes para se deslocar em máxima velocidade (Triantafyllou, 1993).

Na sequência, foi identificado um padrão de desprendimento de vórtices oposto do relativo às estradas de Von Kármán (estrada reversa de Von Kármán), onde foi observada maior geração de propulsão por unidade de energia gerada pelo fólio. Este padrão era semelhante aos visualizados anteriormente em um golfinho (Rosen, 1963) e em aerofólios (Ohashi & Ishikawa, 1972), pelo que esta faixa de número de Strouhal corresponde àquela preferida por peixes (Triantafyllou, 1993). Para avaliar o número de Strouhal no deslocamento de animais é utilizada a frequência de batida de cauda/asas, a amplitude pico a pico dos movimentos de cauda/asas (referente ao comprimento característico) e a velocidade do deslocamento como o indicador de velocidade. O número de Strouhal é ajustado pelas espécies para maior eficiência energética, atingindo este objetivo em ~0.3 (0.2-0.4) para maioria das espécies, independente de sua classificação taxonômica ou meio de deslocamento (água/ar), enquanto as alterações do número de Strouhal nessa faixa pode ser associada ao tamanho dos animais (Taylor

et al., 2003). Este valor é muito próximo do valor teórico previsto para manutenção de uma estrada reversa de Von Kármán estável que ocorreria a 0.281 (Eloy, 2012).

O número de Strouhal foi avaliado em humanos para o nado submerso, apresentando valores entre 0.35 e 0.68, verificando-se que os nadadores mais rápidos e mais eficientes eram aqueles que apresentavam os valores mais baixos (e.g.,  $r = -.77$ ; Nicolas et al., 2007). No entanto, como o número de Strouhal também é função da velocidade de deslocamento, a correlação já era matematicamente esperada e, portanto, não comprova por si só se os mecanismos de interação de vórtices são ou não utilizados em nado submerso. O número de Strouhal também foi utilizado para caracterização do nado crol tendo em consideração o deslocamento da mão durante o ciclo de membros superiores e a frequência gestual, não sendo calculado relacionado à dispersão de vórtices (embora podendo ser associado com eficiência mecânica do nado). Os valores encontrados foram entre 0.21 e 0.26 para nadadores e triatletas de alto nível nadando utilizando propulsão de membros superiores apenas (Berger et al., 1997).

Para o nado bruços utilizaram-se a amplitude e frequência da acção dos membros inferiores, tendo o número de Strouhal sido avaliado em .53 e .41 nas condições com e sem a utilização de snorkel, respetivamente. Foi também verificado que os nadadores mais rápidos eram aqueles que apresentavam os valores mais baixos de número de Strouhal, apresentando  $r = -.83$  e  $-.78$  para as condições com e sem snorkel (Conceição et al., 2013). Porém, estes resultados por si só não comprovam uma melhor eficiência, devido ao fato de a velocidade de nado ser o denominador do número de Strouhal. A recaptura de vórtices (Rosen, 1959), também já foi visualizada em humanos utilizando a técnica de velocimetria de partículas por imagem (Hochstein & Blickhan, 2011). Sendo possível, nadadores poderiam utilizar este mecanismo para melhorar sua eficiência mecânica e, nesse sentido, a análise de uma formulação apropriada do número de Strouhal para avaliar esta recaptura seria relevante para análise de nado.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste texto foram apresentados os fundamentos da análise dimensional e dos números de Reynolds, Froude e Strouhal, bem como exemplos da aplicação destas grandezas adimensionais na avaliação de nadadores. Foi possível verificar que, mesmo com simplificações na utilização deste método em experimentos com natação, os resultados encontrados estão de acordo com o esperado pelo constructo teórico destes grupamentos adimensionais, o que evidencia a relevância dos mesmos para biomecânica da natação. A generalização de resultados obtidos experimentalmente por análise dimensional depende da manutenção da similaridade geométrica, pelo que no caso da natação as diferenças antropométricas e de técnica de execução dos movimentos exerce grande influência nos resultados. Desta forma, é importante que mais estudos experimentais e de simulação sejam realizados avaliando diferentes gestos e condições de nado, de forma a fornecer uma base mais ampla do comportamento do escoamento durante o nado.

## REFERÊNCIAS

- Amadio, A. C., & Serrão, J. C. (2007). Contextualização da biomecânica para a investigação do movimento: Fundamentos, métodos e aplicações para análise da técnica esportiva. *Revista Brasileira de Educação Física e Esporte*, 21, 61-85. <https://doi.org/10.1590/S1807-55092007000500006>.
- Barbosa, T. M., Morais, J. E., Marques, M. C., Silva, A. J., Marinho, D. A., & Kee, Y. H. (2014). Hydrodynamic profile of young swimmers: Changes over a competitive season. *Scandinavian Journal of Medicine and Science in Sports*, 25(2), e184-e196. <https://doi.org/10.1111/sms.12281>
- Berger, M. A. M., Hollander, P., & De Groot, G. (1997). Technique and energy losses in front crawl swimming. *Medicine and Science in Sports and Exercise*, 29(11), 1491-1498. <https://doi.org/10.1097/00005768-199711000-00016>
- Buckingham, E. (1914). On physically similar systems: Illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*, 4(4), 345-376. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.4.345>
- Colwin, C. M. (2000). *Nadando para o século XXI* (1st ed.). Manole.
- Conceição, A., Silva, A. J., Boaventura, J., Marinho, D. A., & Louro, H. (2013). Wave characteristics in breaststroke technique with and without snorkel use. *Journal of Human Kinetics*, 39(1), 185-194. <https://doi.org/10.2478/hukin-2013-0081>
- Eloy, C. (2012). Optimal Strouhal number for swimming animals. *Journal of Fluids and Structures*, 30, 205-218. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2012.02.008>
- Hochstein, S., & Blickhan, R. (2011). Vortex re-capturing and kinematics in human underwater undulatory swimming. *Human Movement Science*, 30(5), 998-1007. <https://doi.org/10.1016/j.humov.2010.07.002>
- Kjendlie, P. L., & Stallman, R. K. (2008). Drag characteristics of competitive swimming children and adults. *Journal of Applied Biomechanics*, 24(1), 35-42. <https://doi.org/10.1123/jab.24.1.35>
- Klauck, J. (1979). Turbulente nachlaufströmung und wasserwiderstand beim menschlichen körper. *Kölner Beiträge Zur Sportwissenschaft*, 8, 133-141.
- Li, T.-Z., & Zhan, J.-M. (2015). Hydrodynamic body shape analysis and their impact on swimming performance. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 17(4), 3-11. <https://doi.org/10.5277/ABB-00200-2014-03>
- Marinho, D. A., Silva, A. J., Reis, V. M., Barbosa, T. M., Vilas-Boas, J. P., Alves, F. B., Machado, L., & Rouboa, A. (2011). Three-dimensional CFD analysis of the hand and forearm in swimming. *Journal of Applied Biomechanics*, 27(1), 74-80. <https://doi.org/10.1123/jab.27.1.74>
- Mollendorf, J. C., Termin, A. C., Oppenheim, E., & Pendergast, D. R. (2004). Effect of swim suit design on passive drag. *Medicine and Science in Sports and Exercise*, 36, 1029-1035. <https://doi.org/10.1249/01.MSS.0000128179.02306.57>
- Munson, B. R., Young, D. F., & Okiishi, T. H. (2004). *Fundamentos da mecânica dos fluidos* (4th ed.). Edgard Blücher.
- Naemi, R., Easson, W. J., & Sanders, R. H. (2010). Hydrodynamic glide efficiency in swimming. *Journal of Science and Medicine in Sport*, 13(4), 444-451. <https://doi.org/10.1016/j.jsams.2009.04.009>
- Nicolas, G., Bideau, B., Colobert, B., & Berton, E. (2007). How are Strouhal number, drag, and efficiency adjusted in high level underwater monofin-swimming? *Human Movement Science*, 26, 426-442. <https://doi.org/10.1016/j.humov.2007.03.002>
- Ohashi, H., & Ishikawa, N. (1972). Visualization study of flow near the trailing edge of an oscillating airfoil. *Bulletin of JSME*, 15(85), 840-847. <https://doi.org/10.1299/jsme1958.15.840>
- Prange, H. D., & Schmidt-Nielsen, K. (1970). The metabolic cost of swimming in ducks. *The Journal of Experimental Biology*, 53(3), 763-777.
- Rayleigh. (1915a). The principle of similitude. *Nature*, 95 (2368), 66-68. <https://doi.org/10.1038/095066c0>
- Rayleigh, L. (1915b). Æolian tones. *Philosophical Magazine Series* 6, 29(172), 433-444. <https://doi.org/10.1080/14786440408635325>
- Reynolds, O. (1883). An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 174(0), 935-982. <https://doi.org/10.1098/rstl.1883.0029>
- Reynolds, O. (1895). On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 186, 123-164. <https://doi.org/10.1098/rsta.1979.0079>
- Rohr, J. J., & Fish, F. E. (2004). Strouhal numbers and optimization of swimming by odontocete cetaceans. *The Journal of Experimental Biology*, 207(Pt 10), 1633-1642. <https://doi.org/10.1242/jeb.00948>
- Rosen, M. W. (1959). *Water flow about a swimming fish* (NOTS Technical Publication, 2298). U.S. Naval Ordnance Test Station.
- Rosen, M. W. (1963). *Flow visualization experiments with a dolphin* (NOTS Technical Publication, 8062). U.S. Naval Ordnance Test Station.
- Seifert, L., Schnitzler, C., Bideault, G., Alberty, M., Chollet, D., & Toussaint, H. M. (2015). Relationships between coordination, active drag and propelling efficiency in crawl. *Human Movement Science*, 39, 55-64. <https://doi.org/10.1016/j.humov.2014.10.009>
- Silva, A. J., Rouboa, A., Moreira, A., Reis, V. M., Alves, F. B., Vilas-Boas, J. P., & Marinho, D. A. (2008). Analysis of drafting effects in swimming using computational fluid dynamics. *Journal of Sports Science and Medicine*, 7(September 2007), 60-66.
- Strouhal, V. (1878). Über eine besondere art der tonerregung. *Annalen der Physik*, 241(10), 216-251. <https://doi.org/10.1002/andp.18782411005>
- Taylor, G. K., Nudds, R. L., & Thomas, A. L. R. (2003). Flying and swimming animals cruise at a Strouhal number tuned for high power efficiency. *Nature*, 425, 707-711. <https://doi.org/10.1038/nature02000>
- Toussaint, H. (2002). Wave drag in front crawl swimming. *ISBS-Conference Proceedings Archive*, 1(1), 279-282. <http://w4.ub.uni-konstanz.de/cpa/article/view/684%5Cnhttps://ojs.ub.uni-konstanz.de/cpa/article/view/684/0>
- Triantafyllou, G. (1993). Optimal thrust development in oscillating foils with application to fish propulsion. *Journal of Fluids and Structures*, 7(2), 205-224. <https://doi.org/10.1006/jfls.1993.1012>
- Vaughan, C. L., & O'Malley, M. J. (2005). Froude and the contribution of naval architecture to our understanding of bipedal locomotion. *Gait and Posture*, 21(3), 350-362. <https://doi.org/10.1016/j.gaitpost.2004.01.011>
- Vennell, R., Pease, D. L., & Wilson, B. (2006). Wave drag on human swimmers. *Journal of Biomechanics*, 39, 664-671. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2005.01.023>
- Vilas-Boas, J. P. (2001). A importância da depilação no rendimento desportivo em natação. *Revista Portuguesa de Ciências do Desporto*, 2001(2), 65-72. <https://doi.org/10.5628/rpcd.01.02.65>
- Vogel, S. (1994). *Life in moving fluids: The physical biology of flow*. Princeton University Press.
- Von Kármán, T. (1911). Ueber den mechanismus des widerstandes, den ein bewegter körper in einer flüssigkeit erfährt. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1911, 509-517.
- Vorontsov, A. R., & Rummyantsev, V. A. (2000a). Propulsive forces in swimming. In V. M. Zatsiorsky (Ed.), *Biomechanics in sport* (pp. 205-231). Blackwell Science. <https://doi.org/10.1002/9780470693797>
- Vorontsov, A. R., & Rummyantsev, V. A. (2000b). Resistive forces in swimming. In V. M. Zatsiorsky (Ed.), *Biomechanics in sport* (pp. 184-204). Blackwell Science. <https://doi.org/10.1002/9780470693797>
- Webb, W. P. (1975). *Hydrodynamics and energetics of fish propulsion - Bulletin 190 of the fisheries research board of Canada*. Environment Canada.
- Zaidi, H., Taiar, R., Fohanno, S., & Polidori, G. (2008). Analysis of the effect of swimmer's head position on swimming performance using computational fluid dynamics. *Journal of Biomechanics*, 41, 1350-1358. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2008.02.005>